

А. И. ДИКАРЕВ

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ ТЕЛ С СИСТЕМОЙ УПРУГО-ПОДАТЛИВЫХ СВЯЗЕЙ

Применение упругой аналогии при экспериментальном решении задач ползучести позволяет, используя хорошо разработанный аппарат поляриционно-интерференционного метода [1], определять напряженно-деформированное состояние трехмерных тел сложной конфигурации при граничных условиях, заданных в перемещениях и в напряжениях [2, 3, 4]. При наличии упруго-податливых связей, как показано в работах [5, 6], не применимы теоремы Н. Х. Арутюняна в том виде, как их сформулировал автор. Обобщения этих теорем, сделанные в работах [3, 4] и других, открыли новые возможности при теоретическом и экспериментальном решении задач ползучести.

В настоящей статье предлагается способ экспериментального решения задачи для трехмерного упруго-ползучего тела, на которое помимо усилий и смещений, не зависящих от его деформированного состояния, действует система упруго-податливых связей, создающих усилия в заданном направлении.

Задача поставлена применительно к расчету массивных, предварительно напрягаемых бетонных конструкций, в которых усилие натяжения создается троссами при отсутствии либо пренебрежимо малом трении их о бетон.

В этом случае связь скреплена с телом только в крайних точках канала, что позволяет считать изменение ее длины  $(\Delta u_i^s)$  равным приращению перемещений в теле по линии связи  $(\Delta u_i^s)$ . Напряженное состояние упруго-ползучего тела, нагруженного упруго-податливой связью, пропорционально изменяющемуся во времени усилию в связи.

Пусть на тело действует система из « $n$ » упругих связей, « $m$ » силовых воздействий и « $r$ » участков поверхности тела испытывают заданные смещения. Материал тела обладает свойствами ползучести и усадки; для описания которых используется линейная теория упруго-ползучего тела Г. Н. Маслова — Н. Х. Арутюняна [2]. Приращение перемещений  $\Delta u_i^s$  в этом случае выразится вектором

$$\vec{u}^r = \vec{u}^N + \vec{u}^P + \vec{u}^V + \vec{u}^Q \quad (1.1)$$

где

$$[\vec{u}^r]_i = \{\Delta u_{i1}(t) \dots \Delta u_{in}(t)\}$$

$$[\bar{u}^N]_l = \sum_{i=1}^n \Delta u_{li}^N(t)$$

— вектор приращения перемещений в теле по длине связи „ $l^u$ “ от изменения усилий в связях;

$$[\bar{u}^P]_l = \sum_{j=1}^m \Delta u_{lj}^P(t)$$

— вектор приращения перемещений в теле по длине связи „ $l^u$ “ от изменения во времени силовых воздействий;

$$[\bar{u}^V]_l = \sum_{q=1}^r \Delta u_{lq}^V(t)$$

— вектор приращения перемещений в теле по длине связи „ $l^u$ “ от изменения во времени вынужденных смещений участков поверхности;

$$[\bar{u}^Q]_l = u_l^Q(t - \tau_l) = \int_l S_l(x, y, z, t) dt$$

где  $u_l^Q(t - \tau_l)$  — перемещение по оси связи „ $l^u$ “ от усадки тела за время  $(t - \tau_l)$

$$l = 1 \dots i \dots n; \quad i = 1 \dots l \dots n; \quad j = 1 \dots m; \quad q = 1 \dots r.$$

Деформация усадки, согласно [2], равна

$$S_l(x, y, z, t) = S_l^0(x, y, z)(e^{-S_1 t} - e^{-S_2 t}) \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \Delta u_{li}^N(t) = u_{li}(t) - u_{li}(\tau_i) = B_{li}^N \left[ \frac{N_i(t)}{E(t)} - \frac{N_i(\tau_i)}{E(\tau_i)} + \right. \\ \left. + \int_{\tau_i}^t N_i(\tau) \frac{L(t, \tau)}{E(\tau)} d\tau \right] \quad (1.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta u_{lj}^P(t) = u_{lj}(t) - u_{lj}(\tau_j) = B_{lj}^P \left[ \frac{P_j(t)}{E(t)} - \frac{P_j(\tau_j)}{E(\tau_j)} + \right. \\ \left. + \int_{\tau_j}^t P_j(\tau) \frac{L(t, \tau)}{E(\tau)} d\tau \right] \quad (1.4) \end{aligned}$$

$$\Delta u_{lq}^V(t) = u_{lq}(t) - u_{lq}(\tau_q); \quad u_{lq}^V(t) = \bar{u}_{lq}^V V_q(t) \quad (1.5)$$

где  $\bar{u}_{lq}^V$  — перемещение по оси связи „ $l^u$ “ от единичного вынужденного смещения участка поверхности „ $q^u$ “.

В полученных зависимостях существенно, что коэффициенты  $B_{ij}^N$ ,  $B_{ij}^P$  и  $\bar{u}_{iq}$  находятся из решения упруго-мгновенной задачи в перемещениях для указанных воздействий.

Для определения усилий в связях необходимо записать систему из  $n$  уравнений, которая в векторно-матричной записи имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{N}(\tau) - \bar{N}(t) + K\bar{u}^r &= 0 \\ [\bar{N}(\tau)]_i &= [N_1(\tau_1) \dots N_n(\tau_n)] \\ [\bar{N}(t)]_i &= [N_1(t) \dots N_n(t)] \end{aligned} \quad (1.6)$$

$K = \text{diag}(K_i)$  — диагональная матрица коэффициентов жесткости связей;  $\bar{u}^r = \bar{u}^r(t)$  — вектор приращения перемещений (см. зависимости (1.1) — (1.5)) за время  $t$ .

Раскрывая векторно-матричную запись и приняв, что усилие в связях нарастает по известной зависимости  $\varphi(t)$  за время натяжения от  $\tau_i^{\text{нач}}$  до  $\tau_i^{\text{кон}}$ , после которого усилие не контролируется, можно записать при

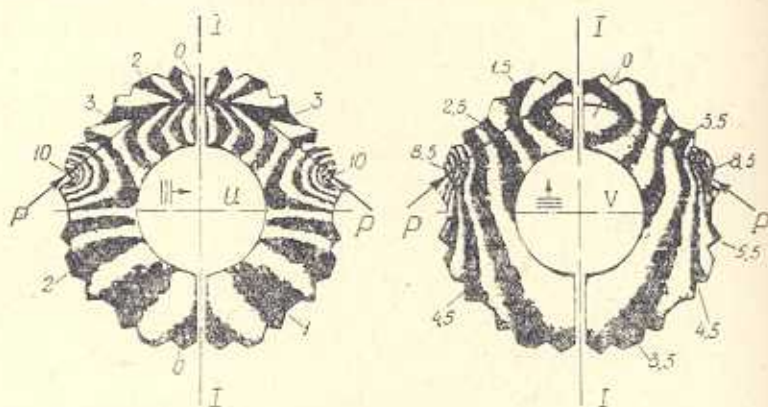
$$\begin{aligned} \tau_0 \leq t \leq \tau_i^{\text{нач}} \quad N_i(t) &= 0 \\ \tau_i^{\text{нач}} \leq t \leq \tau_i^{\text{кон}} \quad N_i(t) &= \varphi(t) \\ t > \tau_i^{\text{кон}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_i(t) &= N_i(\tau_i^{\text{кон}}) + K \left\{ \sum_{j=1}^n B_{ij}^N \left[ \frac{N_j(t)}{E(t)} - \frac{N_j(\tau_j^{\text{кон}})}{E(\tau_j^{\text{кон}})} + \right. \right. \\ &+ \left. \int_{\tau_0}^t N_j(\tau) \frac{L(t, \tau)}{E(\tau)} d\tau - \int_{\tau_0}^{\tau_j^{\text{кон}}} N_j(\tau) \frac{L(\tau_j^{\text{кон}}, \tau)}{E(\tau)} d\tau \right\} + \\ &+ \sum_{j=1}^m B_{ij}^P \left[ \frac{P_j(t)}{E(t)} - \frac{P_j(\tau_j^{\text{кон}})}{E(\tau_j^{\text{кон}})} + \int_{\tau_0}^t P_j(\tau) \frac{L(t, \tau)}{E(\tau)} d\tau - \right. \\ &\left. - \int_{\tau_0}^{\tau_j^{\text{кон}}} P_j(\tau) \frac{L(\tau_j^{\text{кон}}, \tau)}{E(\tau)} d\tau \right] + \sum_{q=1}^r \bar{u}_{iq}^r [V_q(t) - V_q(\tau_i^{\text{кон}})] + u_i^Q(t - \tau_i^{\text{кон}}) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Полученная система интегральных уравнений типа Вольтерра относительно усилия  $N_i(t)$  решается с применением ЭВМ. Вид ядра ползучести выбирается в зависимости от характеристик материала.

Коэффициенты  $B_{ij}^N$  и  $B_{ij}^P$  определяются на основе упругого решения в перемещениях с применением способа «замораживания» деформаций в моделях из оптически чувствительного материала. Помимо данных о на-  
6 Известия АН Армянской ССР, Механика, № 6

пряженном состоянии конструкции, получаемых в результате поляризационно-оптических измерений, поля перемещений определяются на тех же моделях методом муаровых полос [7, 8]. Для этого на срез из «замороженной» модели наносится фотоспособом ортогональная сетка. Картины полей перемещений в двух направлениях получаются последовательным совмещением эталонной сетки с семействами линий на отождествленном срезе. В случаях, когда деформированное состояние на срезах не симметрично и точное совмещение с эталонной сеткой (без поворота) затруднено, может быть применен способ искусственного создания симметрии. Для этого по обе стороны вдоль исследуемого сечения вырезаются два тонких среза с минимально возможным удалением друг от друга. Картины изотет на плоскостях, обращенных к сечению, отличаются тем меньше, чем ближе расположены срезы. Искусственная ось симметрии получается зеркальным размещением срезов друг относительно друга. На зафиксированных в этом положении срезах печатается одновременно одна и та же эталонная сетка. Далее весь цикл получения картин изотет аналогичен изложенному.



Фиг. 1. Картины полей перемещений (изотет)  $u$  и  $v$  на несимметричном срезе с искусственной осью симметрии. 1—1—искусственная ось симметрии.

На фиг. 1 показаны поля перемещений  $u$  и  $v$ , полученные на несимметричном горизонтальном срезе из модели корпуса энергетического реактора, спроектированного из преднапряженного бетона. В данном случае моделировалось действие единичного горизонтального пучка преднапрягающей арматуры, лежащего в плоскости среза.

Для определения коэффициентов  $B_{ii}^N$  находились приращения полного вектора смещений от точки к точке по длине преднапрягающего пучка.

Последующим суммированием проекций приращений вдоль линии  $l$  получали величину изменения длины анкера  $u_{ii}(\tau_0)$

$$u_{ii}(\tau_0) = \int_l \frac{\partial u^r}{\partial l} \cos \alpha dl \quad (1.8)$$

где  $u^r$  — полный вектор смещений;  $\alpha$  — угол между направлением полного вектора смещений и касательной к линии  $l$ .

Перемещения определялись от действия усилия в  $i$ -ом преднапрягающем пучке  $N_i(\tau_0)$  в начальный момент времени  $\tau_0$ , совпадающий с моментом приложения первого воздействия.

Тогда

$$B_{ii}^N = \frac{u_{ii}(\tau_0)}{N_i(\tau_0)} E(\tau_0) \quad (1.9)$$

Коэффициенты  $B_{ij}^P$  находились по картинам изотет, полученных при моделировании внутреннего давления. После определения коэффициентов проводилось решение системы интегральных уравнений (1.7) относительно усилий в связях  $N_i(t)$ .

Для реализации решения на ЭВМ была составлена программа на языке «АЛГОЛ-60» для транслятора версии ТА-1М. Счет проводился на ЭВМ типа БЭСМ-4М.

Полученные величины изменения усилий в преднапрягающих пучках корпуса энергетического реактора для «старого» бетона марки 500 при температуре 20°C составляют к 160-ым суткам 1,5%, а при температуре 80°C это падение увеличивается до 17%.

Упруго-мгновенное решение в напряжениях определялось на основе поляризационно-оптических измерений. Связь между полными напряжениями и напряжениями соответствующей упруго-мгновенной задачи в данном случае, при отсутствии вынужденных смещений, осуществляется по зависимости

$$\sigma_{ij}^*(t) = \sigma_{ij}(t) F(t, \tau_1) \quad (1.10)$$

где  $F(t, \tau_1)$  — функция, зависящая от деформативных свойств материала

$$F(t, \tau_1) = \frac{N(t)}{N(\tau_1)}$$

Изложенная методика позволяет удачно сочетать наглядность и эффективность поляризационно-интерференционного метода и метода «муаровых полос» с использованием для учета ползучести и старения теорий Г. Н. Маслова—Н. Х. Арутюняна, наиболее полно отражающей основные свойства и поведение бетона во времени под влиянием внешних воздействий.

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՐԵՆ ԵՆԹԱՐԿՎՈՂ ԿԱՊԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՎ  
ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ ՍՈՂՔԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ  
ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ ԼՈՒՍՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Առաջարկվում է առաձգականորեն ենթարկվող կապերի համակարգով եռաչափ մարմինների համար սողքի պայման տեսության խնդիրների փորձնական լուծման եղանակ, որը հիմնված է առաձգական անալոգիայի մեթոդի վրա բենտացման-օպտիկական չափումների և մուարային շերտերի մեթոդի կիրառումով:

Առաջարկված եղանակի ցուցադրման համար բերվում է էներգետիկ սեակտորի բետոնյա իրանի լարված-դեֆորմացված վիճակի որոշումը, երբ այն նախապես լարված է օրինգոնալ խարխուխների համակարգով:

AN EXPERIMENTAL SOLUTION OF CREEP PROBLEMS  
FOR BODIES WITH A SYSTEM OF ELASTO-YIELDING ANCHORS

A. I. DIKAREV

S u m m a r y

The method of experimental solution of linear creep problems for three-dimensional bodies with a discrete system of elasto-yielding anchors is discussed. The method is based on the elastic analogy theory, using photoelastic measurements and the Moire method.

The method is illustrated by the examination of a stress-strain of the concrete casing of a power reactor prestressed by the orthogonal anchor system.

ЛИТЕРАТУРА

1. Метод фотоупругости. Под ред. Хесина Г. А., т. 1, 2, 3, М., Стройиздат, 1975.
2. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М., Гостехтеориздат, 1952.
3. Варданян Г. С., Шеремет В. Д., Трушина Н. Е. Учет ползучести при моделировании напряженно-деформированного состояния бетонных конструкций поляризационно-оптическим методом. Проблемы ползучести и усадки бетона. Сб. трудов МИСИ, № 113, М., 1974.
4. Варданян Г. С., Шеремет В. Д. Моделирование ползучести методом упругой аналогии. Сб. трудов МИСИ. Фотоупругость. Развитие методики. Инженерные приложения, № 125—126, М., 1975.
5. Александровский С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. М., Стройиздат, 1975.

6. Прокопович И. Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. М., Госстройиздат, 1963.
7. Савостьянов В. Н., Омельченко Д. И., Дикарев А. И. Определение полей перемещений при «размораживании» срезов из объемных моделей. Сб. трудов МИСИ, № 137, М., 1976.
8. Durelli A. I., Parks V. I., del Rio C. J. Experimental determination of stress and Displacements in Thickwall cylinders of complicated shape. Exp. Mech., July, 1963, v. 8.